Beh: $\bigwedge\limits_{n\in IN} \bigwedge\limits_{k\in IN} k \le n \to \binom{n}{k} \in IN$:"Binomialkoefizienten sind ganzzahlig"

HS: $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$

Bew. des HS: $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \frac{n!}{k!(n-k)!} + \frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!} = \frac{n!(k+1)}{(k+1)!(n-k)!} + \frac{n!(n-k)}{(k+1)!(n-k)!}$

$$\frac{n!(k+1+n-k)}{(k+1)!(n-k)!} = \frac{n!(n+1)}{(k+1)!(n-k)!} = \frac{(n+1)!}{(k+1)!(n-k)!} = \binom{n+1}{k+1}$$

Bew. der Beh. über vollst. Ind. über n:

$n = 1 : \binom{1}{0} = 1 \quad \binom{1}{1} = 1$

$n \to n+1 :$ IV : $\bigwedge\limits_{k\in IN} k \le n \to \binom{n}{k} \in IN$

IB : $\bigwedge\limits_{k'\in IN} k' \le n+1 \to \binom{n+1}{k'} \in IN$

Bw: Ist $k' = n+1 \Rightarrow \binom{n+1}{n+1} = 1 \in IN$

Ist $k' \le n \Rightarrow \binom{n+1}{k'} \overset{HS}{=} \underbrace{\binom{n}{k'-1}}_{\in IN(IV)} + \underbrace{\binom{n}{k'}}_{\in IN\ (IV)} \in IN.$